

BUDOWA MATEMATYCZNEGO MODELU PROCESU MONTAŻU LINIOWEGO

A.S. ZENKIN, Ł.A. DJACZENKO

Rozważmy oddział montażu składający się z nieokreślonej liczby K stanowisk, na których kolejno realizowany jest montaż wyrobu. Na każdym stanowisku, $k = 1, \dots, K$, realizowana jest określona liczba operacji technologicznych o czasie trwania t_{ik} , a następnie wyrób transportowany jest na kolejne stanowisko.

Całkowity czas T_k realizacji operacji technologicznych na każdym stanowisku wynosi:

$$T_k = \sum_{i=1}^{n_k} t_{ik}, \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

W odpowiedniej kolejności $\tilde{I}_k = \{1, \dots, N\}$ - zbiór wszystkich operacji technologicznych realizuje się na taśmie montażowej, N - ich liczba, a l_k , $k = 1, \dots, K$, - podzbiór operacji technologicznych realizowanych na k -tym stanowisku. Przy czym na k -tym stanowisku montażowym i - ta operacja technologiczna może być zrealizowana tylko w takim przypadku, gdy żadna z poprzedzających ją zgodnie z wymaganiami technologicznymi, operacji nie powinna realizować się na następnych $k + 1$, $k + 2, \dots, K$ stanowiskach montażu.

Takt montażu na linii montażowej określony jest wyrażeniem:

$$\Theta = \max_{1 \leq k \leq K} T_k + \tau \quad (2)$$

gdzie τ - czas przemieszczenia wyrobu z jednego stanowiska do drugiego.

Należy zauważyć, że w warunkach pracy synchronicznej wszystkich stanowisk technologicznych konieczne jest takie rozłożenie operacji technologicznych na stanowiskach linii montażowej, żeby w warunkach uwzględnienia wszystkich ograniczeń, na kolejność technologiczną montażu, uzyskać wymaganą wydajność linii montażowej (czas taktu powinien być nie mniejszy od zadanego) przy najkorzystniejszych techniczno-ekonomicznych wskaźnikach oddziały [1,2,8,12].

Jak pokazały rezultaty badań, efektywność funkcjonowania przedsiębiorstw montażowych uwarunkowana jest w dużej części optymalnym przydzieleniem operacji technologicznych do stanowisk linii montażowej. Na katedrze metrologii, standaryzacji i certyfikacji Państwowej Akade-

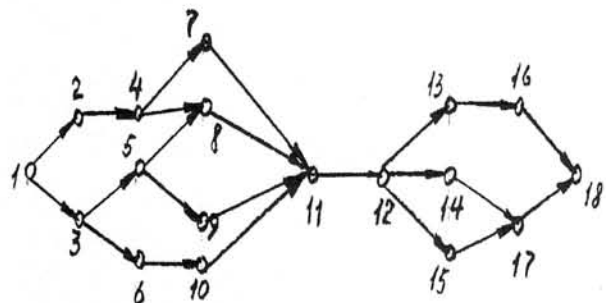
mii Przemysłu Lekkiego przeprowadzone były kompleksowe badania, które pozwoliły zaproponować matematyczny model i kryteria optymalnego rozwiązania tego zadania, jak również przeprowadzić analizę właściwości dopuszczalnych i optymalnych rozwiązań.

Określmy, przy pomocy grafu (I, U) (rys. 1), cały zbiór dopuszczalnych kolejności realizowania częściowo uporządkowanych operacji technologicznych. Wierzchołki grafu $i \in I$ - określają operacje technologiczne o długości równej t_i (t_i - liczby całkowite), a łuki - kolejność ich wykonania. Na rysunku widać, że operacja 8 może być realizowana tylko po zrealizowaniu operacji 4 i 5, a operacja 11 - po zrealizowaniu operacji 7, 8, 9 i 10. Każda z operacji nie dopuszcza przerw w czasie jej wykonywania i powinna być wykonana na jednym stanowisku roboczym.

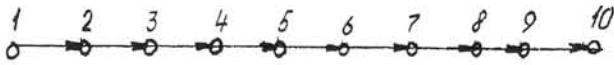
Szczególnym przypadkiem matematycznego modelu kolejności technologicznej montażu jest przypadek, gdzie ściśle określona kolejność wykonania operacji zadana jest ściśle uporządkowanym grafem (rys. 2), ponieważ procesy technologiczne składają się z operacji realizujących się w określonej kolejności.

Zdefiniowanie zadania od strony matematycznej, polega na rozbięciu całego zbioru operacji \tilde{I} na K ($N \geq K$) nie przecinających się podzbiorów przy spełnieniu warunków $\tilde{I}_1, \dots, \tilde{I}_k, \dots, \tilde{I}_K$ w taki sposób, żeby prawdziwe było wyrażenie

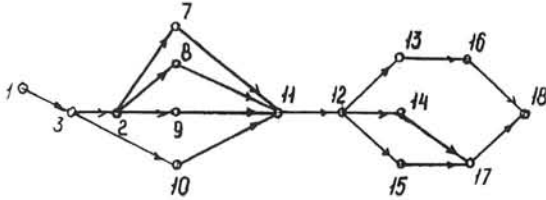
$$\bigcup_{k=1}^K \tilde{I}_k \in I; \quad \tilde{I}_{k_1} \cap \tilde{I}_{k_2} = \emptyset, \quad k_1, k_2 \in \{1, \dots, K\}, \quad k_1 \neq k_2,$$



Rys.1. Graf montażu z określoną dopuszczalną kolejnością wykonania operacji technologicznych



Rys.2. Graf montażu ze ściśle określoną kolejnością wykonania operacji technologicznych



Rys.3. Graf montażu wyrobu w warunkach wykonania na jednym stanowisku większej liczby operacji $i = 2$

oraz została określona: kolejności wykonania operacji na każdym stanowisku pracy, kolejność rozmieszczenia stanowisk zapewniająca dopuszczalny porządek wykonania operacji montażu (zadany częściowo uporządkowanym grafem), jak również spełnione zostały inne ograniczenia odnoszące się do wydajności oddziału montażu i granicznej wartości kryterium optymalizacji.

Należy zauważyć, że przy rozwiązywaniu rzeczywistych zadań liczba operacji montażu wyrobu może wynosić kilkaset (w niektórych przypadkach nawet więcej niż dziesiątki tysięcy), a liczba stanowisk pracy może sięgać kilkuset. Dlatego rozpatrywane modele matematyczne odnoszą się do modeli i zadań o dużej złożoności co związane jest z koniecznością rozwiązania poważnych zadań syntezy i analizy pracy przedsiębiorstw montażowych oraz pokonaniem trudności wynikających z przedstawienia grafu, odzwierciedlającego proces montażu, w pamięci EMC.

Jak pokazano wyżej, czas taktu montażu Θ , albo odwrotna do niej wielkość – wydajność linii transportowej (liczba wyrobów zmontowanych w czasie T) $M = \frac{N}{\Theta}$ okre-

ślone są długością trwania operacji technologicznych na najbardziej obciążonym stanowisku pracy. Przy czym czas montażu jednego wyrobu określony jest wyrażeniem,

$$\Theta_1 = K \left(\max_{1 \leq k \leq K} \sum_{i \in I_k} t_i \right) + (K-1)\tau, \quad (4)$$

a równanie na liczbę wyrobów montowanych na taśmie montażowej w czasie T , ma postać

$$M = \left[\frac{T - \Theta_1}{\Theta} \right], \quad (5)$$

gdzie $\left[\frac{T - \Theta_1}{\Theta} \right]$ - część całkowita z podziału wielkości.

Wprowadzimy następujące oznaczenia:

\tilde{U} – zbiór łuków grafu;

$A(i)$ – (bezpośrednio po «i») zbiór wszystkich $j \in I$, dla których $(i, j) \in \tilde{U}$;

$B(i)$ – (bezpośrednio przed «i») zbiór wszystkich $j \in I$, dla których $(i, j) \in \tilde{U}$;

$$\begin{aligned} \Lambda(i) &= \{ j \in \partial(i, j) \in \tilde{U} \} \\ B(i) &= \{ j \in \tilde{\Gamma}(i, j) \in \tilde{U} \} \end{aligned} \quad (6)$$

Określmy również:

$A(i)$ – zbiór operacji, które mogą być wykonywane tylko po wykonaniu operacji «i»;

$B(i)$ – zbiór operacji, które powinny być wykonane przed wykonaniem operacji «i». Na rys.1.

$$\tilde{A}(12) = \{13, 14, 15, 16, 17, 18\}; \quad \tilde{A}(14) = \{17, 18\};$$

$$\tilde{B}(8) = \{17\}; \quad \tilde{B}(11) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};$$

$$A(12) = \{11\};$$

$$A(14) = \{17\}; \quad B(8) = \{4, 5\}; \quad B(11) = \{7, 8, 9, 10\}.$$

Oznaczmy odpowiednio $Q^0(k)$, $Q(k)$, $Q^+(k)$, - zbiór operacji które zgodnie z parametrami konstrukcyjnymi linii montażowej powinny być wykonane odpowiednio: na k -tym stanowisku pracy $Q^0(k)$, na stanowiskach $1, 2, \dots, k - Q^-(k)$ i na stanowiskach $k+1, k+2, \dots, K - Q^+(k)$.

W związku z powyższym, jasnymi stają się zależności

$$Q^-(k) = \bigcup_{i \in Q^0(k)} \tilde{e}(i); \quad (7)$$

$$Q^+(k) = \bigcup_{i \in Q^0(k)} \tilde{A}(i);$$

Jeśli zgodnie z technologicznym reżimem jakiś podzbiór I_p operacji technologicznych powinien wykonywany na jednym stanowisku pracy, to wejściowy graf może być przekształcony następująco:

- podzbiór wierzchołków $i \in I$ zamieniony zostaje je d-ny m ρ wierzchołkiem

$$\rho = \min_{i \in I} t_i, \quad \text{dla którego} \quad t_{\bar{\rho}} = \sum_{i \in I} t_i;$$

- do nowo zbudowanego wierzchołka ρ wchodzą łuki z podzbioru $B_{\bar{\rho}}$, a wychodzą z ρ - do podzbioru $A_{\bar{\rho}}$

$$B_{\bar{\rho}} = \bigcup_{i \in \tilde{I}_{\bar{\rho}}} B(i) / \bar{V}_{\bar{\rho}}; \quad (8)$$

$$A_{\bar{\rho}} = \bigcup_{i \in \tilde{I}_{\bar{\rho}}} A(i) / \bar{V}_{\bar{\rho}};$$

gdzie V_p - zbiór łuków łączących wierzchołki $i \in I$;
 - jeżeli wierzchołek p połączony jest łukami z wierzchołkami $v \in Y_{B(i)}$ to te połączenia (łuki) należy usunąć.

Na przykład, jeżeli w grafie (rys.1.) operacje odpowiadające wierzchołkom 2, 4, 5 powinny być wykonywane na jednym stanowisku pracy, tj. $\tilde{I}_p = \{2, 4, 5\}$, to graf wejściowy przekształca się w graf przedstawiony na rys 3.

Celowe wydaje się zbudowanie zbioru wierzchołków I_p dla przypadku ogólnego. Załóżmy, że dowolny podzbiór operacji $\tilde{I}_p = \{I_{p_1}, I_{p_2}, \dots, I_{p_1}, \dots, I_{p_s}\}$ powinien być wykonywany na jednym stanowisku pracy. Struktura grafu kolejności operacji technologicznych może wtedy wymagać rozszerzenia podzbioru \tilde{I}_p do postaci $\tilde{I}_p > \tilde{J}_p$. W

tym celu poprowadzimy wszystkie możliwe przejścia pomiędzy każdym wierzchołkiem i_{p_1}, i_{p_2} wchodzącym w podzbiór \tilde{J}_p . Oznaczmy z - zbiór wszystkich par, $G(I_1, I_2)$ - zbiór wierzchołków, które wchodzi w chociażby jedno z przejść pomiędzy wierzchołkami (i_{p_1}, i_{p_2}) (włącznie z wierzchołkami (i_{p_1}, i_{p_2})). Jeżeli przejść pomiędzy tymi wierzchołkami nie ma, polegamy na zależności

$$\tilde{G}(I_1, I_2) = \{i_{p_1}, i_{p_2}\}$$

Wtedy podzbiór określony jest następującym wyrażeniem:

$$\tilde{I}_p = \bigcup_2 \tilde{G}(I_1, I_2) \quad (9)$$

B dalszej części wyводу proponujemy, żeby graf wejściowy przekształcony w odpowiedni sposób i dowolne dwie operacje i i j nie należące do podzbioru $Q^0(\kappa)$, mogły wykonywane na różnych stanowiskach pracy.

W literaturze dotyczącej matematycznego modelowania i teorii planowania [7, 9, 13] do ostatnich lat rozpatrywane są w ścisłej matematycznej formie (formalizacja) dwa zadania optymalizacji pracy synchronicznych linii montażowych.

Zadanie 1. Przy założonej liczbie stanowisk pracy K , założonej kolejności i czasie trwania operacji technologicznych (co określone jest często ściśle uporządkowanym grafem (I, U) lub dowolnym porządkiem wykonania operacji) należy określić przyporządkowanie operacji technologicznych do stanowisk pracy linii montażowej, pozwalające zrealizować wymagany proces montażu przy maksymalnej wydajności linii montażowej tj. przy minimalnym czasie taktu Q .

Zadanie 2. Przy założonej kolejności i założonym czasie trwania operacji technologicznych należy określić takie przyporządkowanie (wyznaczenie) operacji do stanowisk linii montażowej, które pozwoli zrealizować proces technologiczny montażu przy założonej wydajności oddziały ($G > Q$) i minimalnej liczbie stanowisk montażowych tj.

$$M = \left\{ \min_{i_k \leq I} K \left(K \left(\max_{1 \leq k \leq K} \sum_{i \in I} t_{i+(K-1)\tau} \right) \leq \sigma \right) \right\} \quad (10)$$

W 1990 r. w pracy [7] zadania te były przedstawione w postaci bardziej złożonej i uogólnionej w wyniku uwzględnienia realnych i specyficznych zadań przebrojenia, planowania i projektowania przedsiębiorstw montażowych. Przy bardzo ogólnym sformułowaniu zadania 1 i 2 stają się one złożonymi kombinatorycznymi zadaniami dyskretnego programowania o wielu ekstremach, dla których nie udało się znaleźć dostatecznie efektywnej metody prowadzącej do otrzymania dokładnego optymalnego rozwiązania [3,7]. Do czasu wydania prac [8, 10, 11, 13] dla rozwiązania tego zadania przyjmowane były dość zgrubne schematy przeszukiwania wariantów, które dla zadań o dużej złożoności dawały rozwiązania dalekie od optymalnego albo wymagały bardzo dużych zdolności obliczeniowych.

Uogólnijmy sformułowanie zadań 1 i 2 z uwzględnieniem realnych problemów projektowania, technicznego przebrojenia i planowania w działającym przedsiębiorstwie. Rozważymy uogólnienie zadań dla następujących przypadków:

- 1) W warunkach konstrukcyjnych oddziały montażu określono, że podzbiór operacji $Q^0(\kappa)$ powinien być realizowany na k - tym stanowisku pracy (co związane jest np. z umieszczeniem transportera podającego kabinę do montażu, obrotnicy realizującej obrót ramy samochodu itp.);
- 2) Przy montażu wielkogabarytowych detali (samochodów ciężarowych, maszyn rolniczych itp.) stanowisko montażu podzielone jest na kilka stref $s = 1, \dots, S$, a w każdej z nich robotnicy albo roboty przemysłowe wykonują operacje montażowe. W takim przypadku każda z operacji technologicznych charakteryzuje się numerem strefy, w której powinna być ona wykonana. Przypuśćmy, że J_s - zbiór operacji technologicznych, które powinny być realizowane w s - ej strefie;
- 3) Na taśmie montażowej realizowany jest montaż R różnych wyrobów, $r = 1, \dots, R$. Kolejność montażu każdego z nich zadana jest grafem poprzedników i zbiorem operacji technologicznych o różnym czasie wykonania. Podawanie każdego wyrobu na linię montażu realizowane jest w przypadkowej kolejności. Dane są również prawdopodobieństwa (częstotliwości) podawania g - tego wyrobu do montażu.

$$0 \leq p^r \leq 1,$$

$$r = 1, \dots, R,$$

$$\sum_{r=1}^R p^r = 1$$

4) Cały zbiór operacji technologicznych może być podzielony na kilka przecinających się podzbiorów, realizowanych ręcznie lub różnymi robotami albo manipulatorami. Wszystkie operacje wykonywane na każdym stanowisku pracy powinny należeć tylko do jednego z wydzielonych podzbiorów.

Oznaczmy: $k = 1, \dots, K$ – numer stanowisk pracy; t^r_i – czas trwania i – tej operacji montażu g – tego wyrobu; $s = 1, \dots, S$ – indeks stref pracy na każdym stanowisku pracy, $\tilde{J}_0, \tilde{J}_1, \dots, \tilde{J}_1, \dots, \tilde{J}_L$ – zbiór operacji technologicznych realizowanych odpowiedni przez robotnika i -tym rodzajem robota montażowego.

Wprowadzimy zmienne

$$x^r_{ks} = \begin{cases} 1, & \text{gd}y \sum_i t^r_i > 0, \\ 0, & \text{gd}y \sum_i t^r_i = 0; \end{cases} \quad (11)$$

$$X^r_{ks} = \begin{cases} 1, & \text{gd}y \sum_{i=1}^R x^r_{ks} \geq 1 \\ 0, & \text{gd}y \sum_{i=1}^R x^r_{ks} = 0 \end{cases}$$

określające konieczność wykorzystania w s – tej strefie k – tego stanowiska pracy przy montażu g – tego wyrobu robotnika lub robota montażowego.

W związku z powyższym, czas taktu montażu taśmy montażowej przy montażu g – tego wyrobu określony jest wyrażeniem

$$g^r = \max_{1 \leq k \leq K} \max_{1 \leq s \leq S} \sum_{i \in \tilde{J}^r} t^r_{is} \quad (12)$$

Staje się wtedy oczywiste, że przy montażu każdego wyrobu może być wybrany niezależny takt. Dzięki temu przedstawiony w artykule materiał pozwala, według naszego zdania, rozwiązywać zadania dotyczące obliczeń linii przonośnikowych z uwzględnieniem ich rzeczywistych warunków pracy.

LITERATURA.

1. Automatyczne linie w budowie maszyn //Poradnik pod red. Daszczenki A.N., t.2. – M.:Maszynostrojenie, 1984, – 408 c.

2. Zak Ju.A. Stochastyczne dynamiczne modele procesów produkcji montażowej. //Automatyka. – 1990. – N9. – C. 84-91.
3. Abdulkchatek Jusef, Zenkin A.S. Rachunek optymalnego zrównoważenia przonośnikowych linii składowania //Ekspress – Nowiny; Nauka, Technika, Produkcja. – 1997. – Nr 3 – 4. C.15.
4. Abdulkchatek Jusef, Garnilenko W.W. Zenkin A.S. Stochastyczna analiza składowania w warunkach rzeczywistych //Ekspress – Nowiny; Nauka, Technika, Produkcja. – 1997. – Nr 3 – 4. C.14 - 15.
5. Automatyczny montaż w USA. Automated assembly in USA //Assem. Automat. – 1996. – 16, N2. – c. 42 – 44. Angl.
6. Arpentjew B.M., Zenkin A.C., Kucyn A.N., Mechanizacja I automatyzacja prac montażowych w przedsiębiorstwach montażowych. – K.; Technika, 1994. – 232c.
7. Zak Ju. A. Optymalne rozmieszczenie operacji technologicznych na taśmie montażowej. //Cybernetyka. 1990. N 4. – C. 45-54.
8. Zak Ju.A. Stochastyczne dynamiczne modele procesów produkcji montażowej. //Automatyka. – 1990. – N9. – C. 84-91.
9. Zak Ju.A. Kirjan N.Ł. Przystosowanie wydajności aparatów i wybór optymalnych pojemności buforów w zadaniach projektowania schematów technologicznych. W kn.: adaptacyjne systemy sterowania. K.; Nn-t cybernetyki AN USSR, 1975, c.75-84.
10. Zak Ju.A. Kirjan N.Ł. Stochastyczne dynamiczne modele i algorytmy wyboru optymalnych pojemności buforów w zadaniach projektowania sekwencyjnych (kolejnościowych) schematów technologicznych //Automatyka. – 1978. – n 2. C. 60-70.
11. Zenkin A.S., Błochin Ł.A., Abdulkchatek Jusef, Chadam Rezk, Kozello N.Ł. Rozwiązanie niektórych zadań technologicznych przy projektowaniu przonośników synchronicznych. Prace 1-Windows 95 naukowo – praktycznej konferencji „Współczesna kontrolno-badawcza technika przemysłowych wyrobów i ich certyfikacja” Tom 1. Mukaczewo 12 – 16 maj 1997. – C.270-273.
12. Zenkin A.S., Błochin Ł.A., Abdulkchatek Jusef, Chadam Rezk. Dopuszczalne technologiczne rozwiązania zadań optymalizacji synchronicznych przonośników //Współczesne technologie w budowie maszyn. Postępowe metody wykładania w WUZI; Tematyczny zbiór naukowych artykułów. Kijów.; ICMO. Sumi. – 1997. Wip. 1. – C19-25.
13. Kalin O.M., Jampolskij C.Ł. Modelowanie elastycznych systemów produkcyjnych. – K.; Technika, 1991. – 180 c.

Prof. dr hab. inż. A.S. Zenkin i dr inż. Ł.A. Djaczenko są pracownikami Akademii Przemysłu Lekkiego Ukrainy, 252001 Kijów, ul. Niemirowa – Danczenko 2, Ukraina.