

ANALIZA OPTYMALNEGO TRANSPORTU ŁADUNKÓW W PROCESACH MONTAŻU Z ZASTOSOWANIEM LEKKICH MANIPULATORÓW

A. N. BOCHONSKIJ, M. N. MOZOLEWSKIJ

W artykule pokazano, że optymalny ruch przenoszenia z zastosowaniem lekkich manipulatorów o małej sztywności może być realizowany w taki sposób, że nie występują drgania środka masy uchwyty z ładunkiem w końcowym punkcie pozycjonowania.

Jak wiadomo, optymalne przemieszczenie ładunku z zastosowaniem sprężystego manipulatora prowadzi do wzbudzonych w czasie ruchu drgań parametrycznych, które są drganiami swobodnymi w końcowym punkcie pozycjonowania. Możliwość wytłumienia drgań swobodnych w końcowym punkcie ruchu można zilustrować prostymi przykładami.

1. Jeżeli przyjąć zasadę, że optymalny ruch przenoszenia ramienia jest systemem o jednym stopniu swobody w postaci:

$$x_c(t) = x_* \left(3 - \frac{2t}{t_1} \right) \frac{t^2}{t_1^2} \quad (1)$$

gdzie x_0 – przemieszczenie ramienia (w ruchu przemieszczenia) do końcowego punktu pozycjonowania, t_1 – ogólny czas ruchu do punktu pozycjonowania, to tłumienie ruchu przenoszenia można zapisać wzorem

$$U(t) = \frac{6x_*}{t_1} \left(1 - \frac{t}{t_1} \right) \frac{t}{t_1} \quad (2)$$

Schematy ramienia i przyspieszenia przy przenoszeniu ładunku zostały przedstawione na rys 1 i 2.

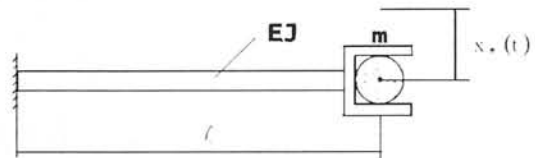
Równanie różniczkowe względnego ruchu ramienia (drgań) można zapisać wzorem:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = -U(t) \quad (3)$$

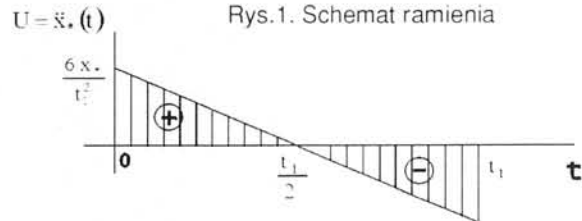
gdzie k – częstość drgań własnych ramienia. Dla ruchu ramienia ze stanu, w którym znajduje się ono w bezruchu ($x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$), ogólne rozwiązanie równania ruchu (3) i jego pochodną można zapisać następująco:

$$x(t) = \frac{6x_*}{k^2 t_1^3} \left[2t + t_1 \cos(kt) - t_1 - \frac{2 \sin(kt)}{k} \right] \quad (4)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{6x_*}{k^2 t_1^3} [2 - kt_1 \sin(kt) - 2 \cos(kt)] \quad (5)$$



Rys.1. Schemat ramienia



Rys.2. Wykres U(t)

W czasie $t = t_1$ kończy się proces wzbudzenia i dalej system drga z amplitudą:

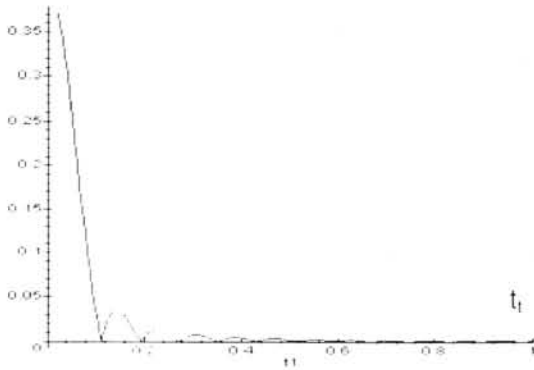
$$A = \sqrt{x(t_1)^2 + \left(\frac{\dot{x}(t_1)}{k} \right)^2} \quad (6)$$

Teoretyczne i praktyczne korzyści wynikają z oceny wpływu czasu, w którym odbywa się ruch przenoszenia, na amplitudę swobodnych drgań ramienia w końcowym punkcie pozycjonowania. Dla danych początkowych:

$$\lambda = 1, m = 10, b = 0.02, h = 0.04,$$

$$E = 2 \cdot 10^{11}, x_* = 0.4, J = \frac{bh^3}{12}, C = \frac{3EJ}{\lambda^3},$$

$k = \sqrt{\frac{C}{m}}$ przy pomocy systemu Maple V zbudowany został wykres zależności $A = f(t_1)$ przedstawiony na rys.3



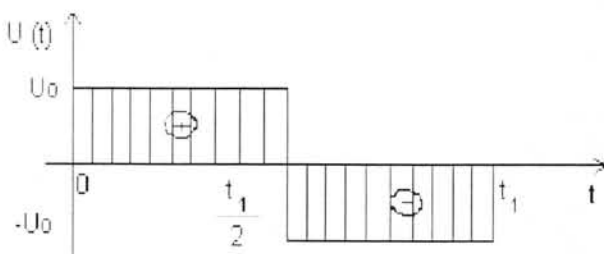
Rys. 3. Wykres zależności $A = f(t_1)$

Jak wynika z wykresu przy określonej wartości t_1 amplituda drgań swobodnych dąży do zera tzn. w końcowym punkcie pozycjonowania nie występują już drgania ramienia. Wynika z tego, że nabierający nadrzędnej roli wybór odpowiedniego czasu t_1 prowadzi do pełnego zaniku drgań w punkcie końcowym. Eksperymenty obliczeniowe przeprowadzone przy wariantowaniu parametrów geometrycznych ramiona pokazały, że pierwszy okres dla funkcji $A(t_1)$ wynosi $T_1^1 = \frac{3\pi}{2k}$, a wszystkie następne

$T_1^n = T_1^1 + n \frac{2\pi}{k}$, gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$ W następstwie

tego, przy zastosowaniu przyjętej wcześniej zasady optymalnego transportowania ładunku sprężystym manipulatorem, przy założeniu tłumienia drgań swobodnych po zakończeniu ruchu, należy określić czas ruchu zgodnie z przedstawionymi wcześniej zależnościami.

2. Przy zastosowaniu sterowania ruchem przenoszenia w postaci przedstawionej na rys 4. (rozpędzenie – hamowanie),



Rys. 4. Sterowanie ruchem przenoszenia ramienia

sprawdzana była możliwość wyboru takiego t_1 po który brak jest przemieszczenia względnego i szybkości w czasie t_1 . Równanie ruchu względnego na odcinku 1 (przy $\frac{t_1}{2} \geq t \geq 0$) przedstawia się następująco: $k^2 \cdot x = -U_0$.

Na odcinku 2 (przy $t_1 \geq t \geq \frac{t_1}{2}$) równanie ruchu względne-

go ma postać: $k^2 \cdot x = U_0$.

Rozwiązanie równań przy uwzględnieniu warunków początkowych $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$ i określeniu

$x\left(\frac{t_1}{2}\right), \dot{x}\left(\frac{t_1}{2}\right)$ dla drugiego odcinka pozwala znaleźć wyrażenie dla drgań swobodnych przy $t \geq t_1$

$$A = \frac{2}{k^2} \sqrt{U_0^2 \left(1 - 2 \cos\left(\frac{k t_1}{2}\right) + \cos\left(\frac{k t_1}{2}\right)^2 \right)}, \quad (7)$$

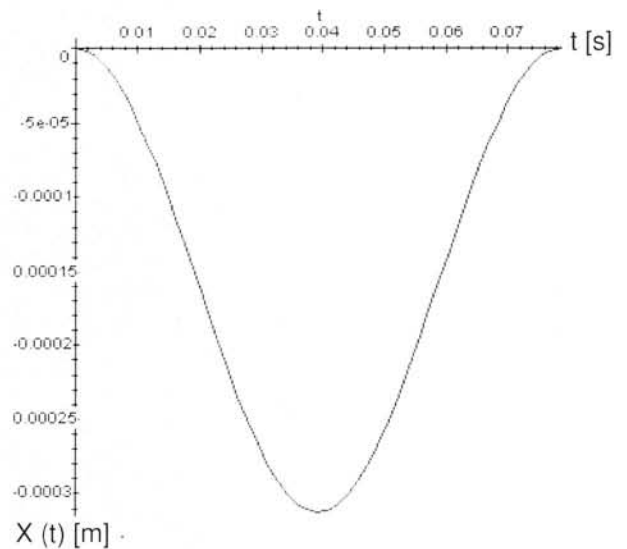
z którego znajdujemy taką wartość t_1 , przy której nie ma drgań swobodnych ramienia w momencie t_1 . Analiza rezultatów eksperymentów obliczeniowych pokazuje, że przy $t_1 = 0, \frac{4\pi}{k}, \frac{8\pi}{k}$ itd. daje się zauważyć brak drgań.

Ruch przenoszenia na pierwszym odcinku ($\frac{t_1}{2} \geq t \geq 0$) określa się na podstawie zależności :

$$V_* = U_0 t, \quad x_* = \frac{U_0 t^2}{2}$$

W następstwie tego, przy $t = \frac{t_1}{2}$ ważne stają się wyrażenia

$$V_*\left(\frac{t_1}{2}\right) = U_0 \frac{t_1}{2}, \quad x_*\left(\frac{t_1}{2}\right) = \frac{U_0 t_1^2}{8} \quad (8)$$



Rys. 5. Wykres ruchu na pierwszym odcinku

Na drugim odcinku prawo ruchu przenoszenia określone jest wyrażeniami;

$$x_* = x_*\left(\frac{t_1}{2}\right) + \frac{U_0 t_1}{2} t - \frac{U_0 t^2}{2}, \quad (9)$$

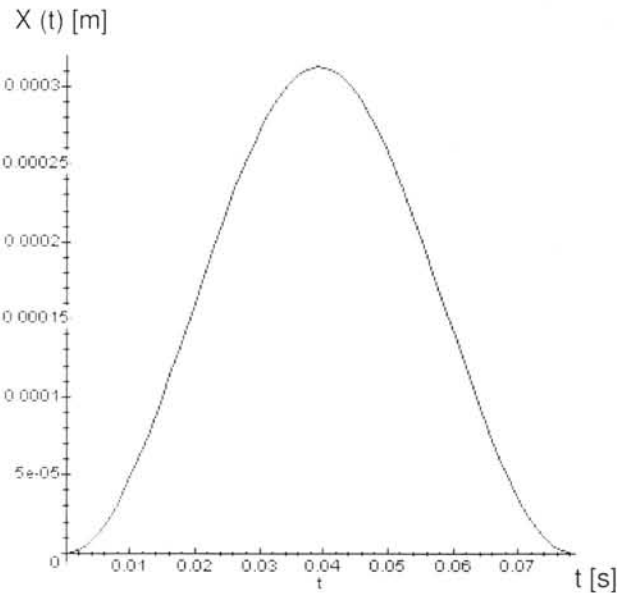
$$v_* = \frac{U_0 t_1}{2} - U_0 t.$$

Po podstawieniu do (9) wartości $t = \frac{t_1}{2}$ otrzymamy

$$x_*^k = \frac{U_0 t_1^2}{4}, \quad v_* = 0.$$

W związku z tym droga przebyta w ruchu przenoszenia jest równa $\frac{U_0 t_1^2}{4}$, a prędkość na

końcu drogi wynosi zero. Z przedstawionych rozważań wynika, że przy odpowiedniej synchronizacji czasu ruchu przenoszenia z okresem drgań własnych, udaje się osiągnąć równość przemieszczenia i szybkości w ruchu względnym, przy czym wartości przemieszczenia i szybkości wynoszą wtedy zero (brak drgań w punkcie końcowym ruchu przenoszenia).



Rys. 6. Wykres ruchu na drugim odcinku

3. Dla wielu rodzajów sterowania ruchem przenoszenia sprężystych systemów można znaleźć taki czas trwania ruchu, po którym w końcowym punkcie nie pojawiają się drgania swobodne. Na przykład dla równania różniczkowego

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = -a \sin(k_1 t)$$

opisującego względny ruch systemu dla zerowych warunków początkowych w ruchu względnym $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$ rozwiązanie i pochodna mają postać

$$x(t) = \frac{a}{k \cdot k_1^2 - k^2} (k \sin(k_1 t) - k_1 \sin(k t)),$$

$$\dot{x}(t) = \frac{a k_1}{k_1^2 - k^2} (\cos(k_1 t) - \cos(k t)).$$

Podobnie jak to było wcześniej, jeżeli przy końcu ruchu (przy $t = t_1$) realizuje się warunek

$$A = \sqrt{[x(t_1)]^2 + \left[\frac{\dot{x}(t_1)}{k}\right]^2} = 0,$$

to (po zakończeniu ruchu przenoszenia) drgania swobodne nie występują. Przykład, Dane początkowe:

$$m = 10 \text{ kg}; \quad b = 0.02 \text{ M}; \quad k_1 = \frac{k}{4}; \quad E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa};$$

$$h = 0.04 \text{ M}; \quad J = \frac{bh^3}{12}; \quad C = \frac{3EJ}{\lambda^3}; \quad k = \left(\frac{C}{m}\right)^2;$$

$$\lambda = 1.0 \text{ M}; \quad a = 0.4 \frac{\text{M}}{\text{c}^2 \text{ kg}}$$

Należy znaleźć takie t_1 , przy którym $A=0$. Wynik obliczeń wyniósł: $t_1 = \frac{8\pi}{k} \cdot n$, gdzie $n=1,2,3,\dots$. Wykres z zależności $A = f_1(t)$ dla przykładu 2 przedstawiony został na rys.7.

Wykres 7: Wykres zależności $A = f_1(t)$. Oś pionowa to wartość A z wartościami 0, 2e-05, 4e-05, 6e-05, 8e-05. Oś pozioma to czas t [s] z wartościami 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1. Wykres przedstawia regularnie powtarzające się, wąskie, pionowe impulsy, które sięgają do wartości 8e-05. Impulsy występują w regularnych odstępach czasu.

Rys 7. Wykres zależności $A = f_1(t)$

W obydwóch przykładach czas ruchu jest wielokrotnością okresu drgań własnych systemu. Z rys. 7 wynika, że istnieją takie przedziały czasowe, przy których po zakończeniu ruchu przenoszenia nie występują drgania swobodne w końcowym punkcie pozycjonowania. Przy planowaniu optymalnych ruchów, z zastosowaniem lekkich manipulatorów należy, więc uwzględnić spektrum ich częstości własnych [1].

LITERATURA

1. Bochonskij A.N. Kontrolowane sprężyste odkształcanie ciał twardych. Wjestnik SevGTU. Modelowanie i eksperyment w zadaniach inżynierskich. – Wyd.1.,1993.-c.47-54.

Prof. dr hab. inż. A.N. Bochonskij i dr inż. M.N. Mozolewskij są pracownikami Katedry Mechaniki Technicznej i Maszynoznawstwa Politechniki Sewastopolskiej. Se astopol, Strelechaja buхта 1, Ukraina, tel. 23-51-61.